

PCPI – 1 TS CIRA Vizille BTS CIRA Contrôle Industriel et Régulation Automatique	Chapitre 3 Régime sinusoïdal CORRECTION	Electricité
ACTIVITE 10 : OUTIL LES COMPLEXES		



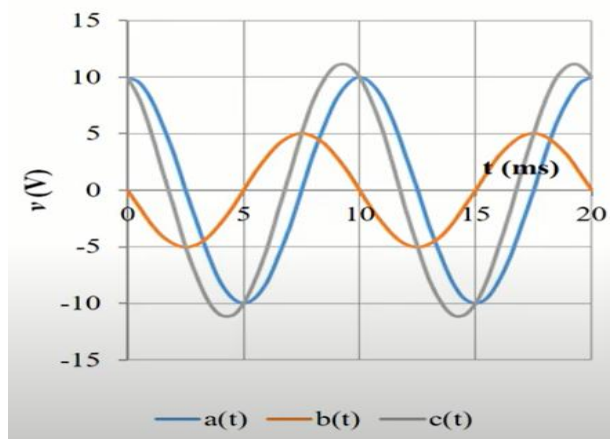
OBJECTIF : Comprendre à quoi servent les complexes en électricité

A QUOI CA SERT ?

Soient 2 signaux représentés ci-dessous et dont les expressions mathématiques sont :

→ $a(t) = U_{eff1} \sqrt{2} \times \sin(\omega t + \varphi_1)$

→ $b(t) = U_{eff2} \sqrt{2} \times \sin(\omega t + \varphi_2)$



BUT : Additionner ces 2 signaux afin d'obtenir c(t).

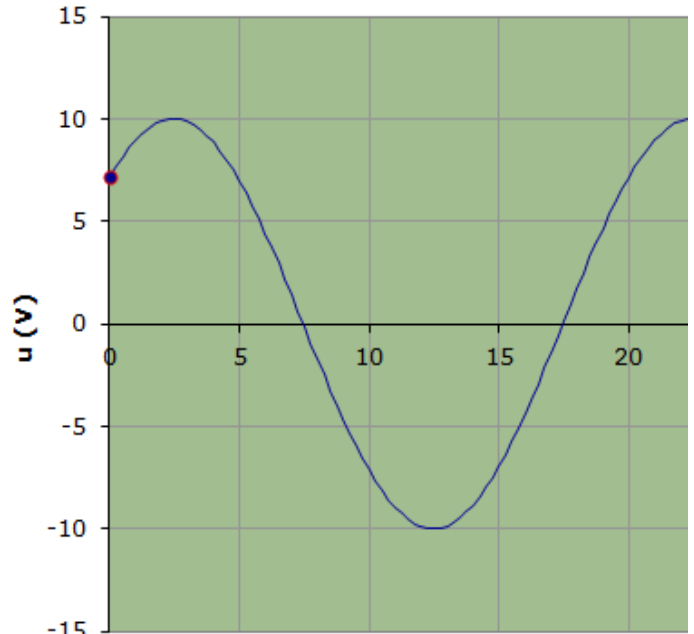
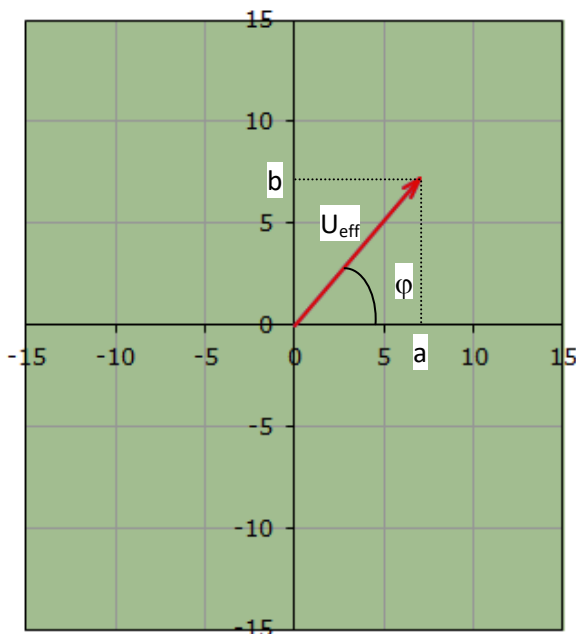
Pour cela on utilise la forme complexe avec

→ une partie **réelle** pour la **valeur efficace** du signal

→ une partie **imaginaire** pour la **valeur de la phase à l'origine**

Pourquoi les complexes ?

→ car on a 2 paramètres à définir donc il nous faut 2 « éléments mathématiques » regroupés en 1



$$\underline{U} = [U_{eff}; \varphi]$$

$$\underline{U} = U_{eff} \times e^{j\varphi}$$

$$\underline{U} = U_{eff} \cdot \cos\varphi + j U_{eff} \cdot \sin\varphi$$

$$a = U_{eff} \cdot \cos\varphi \quad b = U_{eff} \cdot \sin\varphi$$

Le module : $U_{eff} = \sqrt{a^2 + b^2}$

L'argument : $\varphi = \arctan \frac{b}{a}$

$$u(t) = U_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$



COMMENT FAIRE ?

ETAPE 1 : Lire sur l'oscillogramme les différentes valeurs

$$\rightarrow a(t) = U_{\text{eff } 1} \sqrt{2} \times \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$U_{\text{max } 1} = 10 \text{ V}$$

$$U_{\text{eff } 1} = 10/\sqrt{2} = 7 \text{ V}$$

$$\varphi_1 = \pi/2 \text{ rad}$$

$$\rightarrow b(t) = U_{\text{eff } 2} \sqrt{2} \times \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$U_{\text{max } 2} = 5 \text{ V}$$

$$U_{\text{eff } 2} = 5/\sqrt{2} = 3,5 \text{ V}$$

$$\varphi_2 = \pi \text{ rad}$$

ETAPE 2 : Transformer les valeurs en complexes

$$\underline{U}_1 = [7; \pi/2]$$

$$\underline{U}_1 = 7 \times e^{j\pi/2}$$

$$\underline{U}_1 = 7 \cdot \cos \frac{\pi}{2} + j \cdot 7 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = j \cdot 7$$

$$\underline{U}_2 = [3,5; \pi]$$

$$\underline{U}_2 = 3,5 \times e^{j\pi}$$

$$\underline{U}_2 = 3,5 \times \cos \pi + j \times 3,5 \times \sin \pi = -3,5$$

ETAPE 3 : Faire les calculs en complexes

On sait : $c(t) = a(t) + b(t)$

$$\begin{aligned} \text{On en déduit en complexe : } \underline{U} &= \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \\ &= -3,5 + j \times 7 \end{aligned}$$

Avec $a = -3,5$ et $b = 7$

Calculer la valeur efficace de la tension : $U_{\text{eff}} = \sqrt{a^2 + b^2} = 7,83 \text{ V}$

Calculer la valeur maximale de la tension : $U_{\text{max}} = 7,83 \times \sqrt{2} = 11 \text{ V}$

Calculer l'argument de la tension : $\varphi = \arctan \frac{b}{a} = \arctan (7/-3,5) = -1,1 \text{ rad}$

Déduire des éléments précédents l'expression instantanée de la tension : $U_c(t) = 7,8\sqrt{2} \times \sin(\omega t - 1,1)$

On peut faire aussi le calcul de $\omega = 2\pi / T = 628 \text{ rad/s}$

C'EST A VOUS DE FAIRE SOLO



OBJECTIF : Calculer la somme $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$
 $\rightarrow u_1(t) = 3\sqrt{2} \sin(\omega t)$
 $\rightarrow u_2(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$

Etape 1	expression avec les grandeurs sinusoïdales	$u_1(t) = 3\sqrt{2} \sin(\omega t)$ avec $U_{\text{eff}} = 3V$ et $\varphi = 0 \text{ rad}$ $u_2(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$ avec $U_{\text{eff}} = 5V$ et $\varphi = \pi/4 \text{ rad}$
Etape 2	nombre complexe $\underline{U}_1$ associé à $u_1(t)$ en écriture polaire et exponentielle:	$\underline{U}_1 = 3 \times e^{j0}$ $\underline{U}_1 = [3 ; 0]$
	nombre complexe $\underline{U}_1$ associé à $u_1(t)$ en écriture trigonométrique	$\underline{U}_1 = 3 \times \cos 0 + j \times 3 \times \sin 0 = 3$
	nombre complexe $\underline{U}_2$ associé à $u_2(t)$ en écriture polaire et exponentielle	$\underline{U}_2 = 5 \times e^{j\pi/4}$ $\underline{U}_2 = [5 ; \pi / 4]$
	nombre complexe $\underline{U}_2$ associé à $u_2(t)$ en écriture trigonométrique	$\underline{U}_2 = 5 \times \cos \pi/4 + j \times 5 \times \sin \pi/4 = 3,5 + j3,5$
Etape 3	expression du nombre complexe $\underline{U}$ associé à $u(t)$	$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$ $= 3 + 3,5 + j3,5$ $= 6,5 + j3,5$ avec $a = 6,5$ et $b = 3,5$
Etape 4	calcul du module donc de la valeur efficace	$U_{\text{eff}} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(3,2^2 + 6,5^2)} = 7,4 V$
Etape 5	calcul de l'argument donc du déphasage	$\varphi = \arctan \frac{b}{a} = \arctan (3,5 / 6.5) = 0,49 \text{ rad}$
Etape 6	conclusion avec expression de $u(t)$	$u(t) = 7,4 \sqrt{2} \sin(\omega t + 0,49)$



OBJECTIF : Calculer la somme $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$
 $\rightarrow u_1(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$
 $\rightarrow u_2(t) = 3\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$

Etape 1	expression avec les grandeurs sinusoïdales	$u_1(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$ avec $U_{\text{eff}} = 2V$ et $\varphi = \pi/4 \text{ rad}$ $u_2(t) = 3\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$ avec $U_{\text{eff}} = 3V$ et $\varphi = -\pi/6 \text{ rad}$
Etape 2	nombre complexe $\underline{U}_1$ associé à $u_1(t)$ en écriture polaire et exponentielle:	$\underline{U}_1 = 2 \times e^{j\pi/4}$ $\underline{U}_1 = [2 ; \pi/4]$
	nombre complexe $\underline{U}_1$ associé à $u_1(t)$ en écriture trigonométrique :	$\underline{U}_1 = 2 \times \cos \pi/4 + j \times 2 \times \sin \pi/4 = 1,4 + j 1,4$
	nombre complexe $\underline{U}_2$ associé à $u_2(t)$ en écriture polaire et exponentielle	$\underline{U}_2 = 3 \times e^{j\pi/6}$ $\underline{U}_2 = [3 ; -\pi/6]$
	nombre complexe $\underline{U}_2$ associé à $u_2(t)$ en écriture trigonométrique	$\underline{U}_2 = 3 \times \cos(-\pi/6) + j \times 3 \times \sin(-\pi/6) = 2,6 - j1,5$
Etape 3	expression du nombre complexe $\underline{U}$ associé à $u(t)$	$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$ $= 1,4 + j 1,4 + 2,6 - j1,5$ $= 4 - 0,1j$ avec $a = 4$ et $b = -0,1$
Etape 4	calcul du module donc de la valeur efficace	$U_{\text{eff}} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + (-0,1)^2} = 4 V$
Etape 5	calcul de l'argument donc du déphasage	$\varphi = \arctan \frac{b}{a} = \arctan(-0,1 / 4) = -0,02 \text{ rad}$
Etape 6	conclusion avec expression de $u(t)$	$u(t) = 4 \sqrt{2} \sin(\omega t - 0,02)$

Ressources intéressantes

<https://www.youtube.com/watch?v=Stl1uCVjXmo>

<https://www.youtube.com/watch?v=yNd3Agcb8RI>

<https://www.youtube.com/watch?v=SBou-h2q1vA>